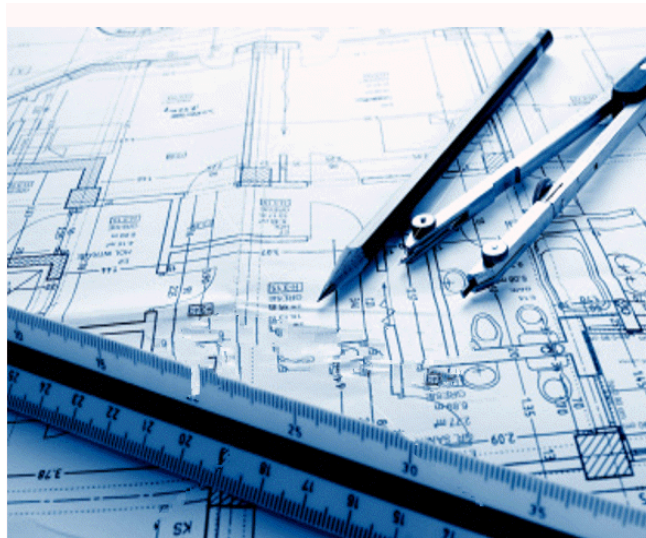


Ερευνητική Εργασία: Γεωμετρία και Αρχαιότητα (Από Αρχαία Κείμενα)

Μαθητές: Δέσποινα Βαραμογιάννη, Μιχάλης Λεφαντζής, Πάμελα Μάγια, Κλειώ Οικονομάκη

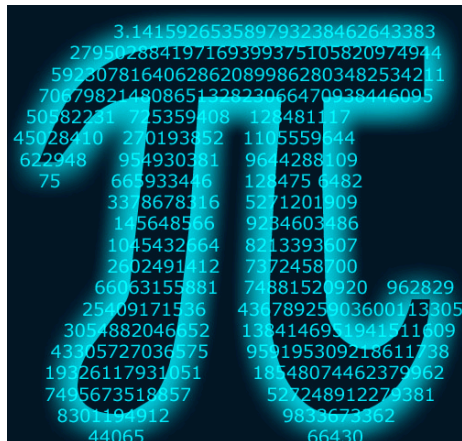
Θέμα: Η Γεωμετρία εκτός της Ελλάδας, μέχρι τον 3^ο αιώνα π.Χ.



Περιεχόμενα:

Τα προελληνικά μαθηματικά.....	3
Λαοί της Αμερικής.....	3
Λαοί της Μεσοποταμίας.....	4
Τα μαθηματικά των Βαβυλώνιων και των Αιγύπτιων..	4-6
Τα μαθηματικά των Κινέζων.....	6-8
Τα μαθηματικά των Ινδών.....	8-9

Τα προελληνικά Μαθηματικά



Οι λαοί που ασχολήθηκαν με τα Μαθηματικά την προελληνική περίοδο ήταν οι Αιγύπτιοι και οι Βαβυλώνιοι, οι Ινδοί, οι Κινέζοι, οι Φοίνικες, οι Εβραίοι και οι Κρήτες της Μινωικής περιόδου. Λαοί δηλαδή που κατοικούσαν σε περιοχές όπου υπήρχαν μεγάλα ποτάμια ή που ήταν ικανοί έμποροι. Οι μαθηματικές γνώσεις των λαών αυτών είναι συνδεδεμένες με τη γενικότερη κοινωνική, πολιτικοοικονομική και πολιτιστική ανάπτυξή τους.

Η γνώση την περίοδο αυτή παρέμενε αποκλειστικό φαινόμενο της ιθύνουσας τάξης. Ο βασιλιάς και το ιερατείο, οι οποίοι επέβαλαν την πολιτική ιδεολογία και κοσμοθεωρία, ρύθμιζαν τα πάντα, ακόμα και την Αριθμητική και τη Γεωμετρία.

Τα Μαθηματικά που αναπτύχθηκαν από τους λαούς αυτούς, αν και στερούνται θεωρητικού χαρακτήρα, αποτελούν μια σημαντική απόδειξη για τον τρόπο που σκέφτονταν οι άνθρωποι εκείνα τα συγκεκριμένα χρόνια. Είναι μια συλλογή από εμπειρικές μεθόδους με κύριο σκοπό να εξυπηρετήσουν τις ανάγκες των λαών αυτών όπως το εμπόριο, τη γεωργία, τη μηχανική κτλ. Η κατασκευή, η χρηματοδότηση και η διεύθυνση έργων (αρδευτικών, αποχετευτικών κτλ.), η ανάγκη για ένα ομοιόμορφο σύστημα στο εμπόριο και για ένα εύχρηστο ημερολόγιο, σύμφωνα με το οποίο οι γεωργοί προετοιμάζαν τις γεωργικές τους εργασίες, τη σπορά και τη συγκομιδή, η κατασκευή ναών και πυραμίδων και μεγαλοπρεπών οικοδομημάτων ήταν σπουδαίοι παράγοντες για την ανάπτυξη των Μαθηματικών.

Λαοί της Μεσοποταμίας (Βαβυλώνιοι, Αιγύπτιοι και Ινδοί) και Κινέζοι



Οι ρίζες της Γεωμετρίας εντοπίζονται σε κάποιες αναπτυγμένες κοινωνίες της Ανατολής από την 5η ως και τη 2η χιλιετία π.Χ.

Οι αρχαίοι Βαβυλώνιοι, Αιγύπτιοι, Ινδοί και Κινέζοι είναι από τους πρώτους που ανέπτυξαν τη Γεωμετρία. Δεν είναι τυχαίο ότι οι λαοί αυτοί ζούσαν κοντά σε μεγάλα ποτάμια. Ο Τίγρης και ο Ευφράτης, ο Νείλος, ο Ινδός και ο Γάγγης με τις συχνές τους πλημμύρες μετέβαλλαν το γύρω χώρο

σ' ένα απέραντο λασπότοπο. Οι κάτοικοι επομένως αντιμετώπιζαν επιτακτική την ανάγκη να μετρούν τη γη, να επανακαθορίζουν τα όρια των αγρών και να επινοούν

τρόπους κατασκευής αρδευτικών έργων, ώστε να ελέγχονται οι πλημμύρες και έτσι αντί για λασπότοπους να έχουν πλούσιους σιτοβολώνες και ορυζώνες. Αποτέλεσμα των αδιάκοπων αυτών προσπαθειών ήταν η δημιουργία και ανάπτυξη της Γεωμετρίας.

Η Γεωμετρία λοιπόν των ανατολικών λαών γεννήθηκε από την ανάγκη επίλυσης πρακτικών προβλημάτων. Ο σκοπός της ήταν να εξυπηρετήσει τη γεωργία, τις τεχνικές κατασκευές, τη μηχανική, την αρχιτεκτονική, τις πρακτικές ανάγκες γενικά και όχι να αποκαταστήσει αλήθειες θεωρητικού χαρακτήρα. Εκείνο που σήμερα ονομάζουμε "απόδειξη" δεν το συναντάμε στη Γεωμετρία των Βαβυλωνίων ή των αρχαίων Αιγυπτίων.

Τα μαθηματικά των Βαβυλωνίων και των Αιγυπτίων μέχρι το 1650 π.Χ.

Το αρχαιότερο ιστορικά αριθμητικό σύστημα θεωρείται το αριθμητικό σύστημα των Βαβυλωνίων. Ως Βαβυλώνιοι έχουν καταγραφεί ιστορικά μια σειρά λαών, με σημαντικότερους τους Σουμέριους και τους Ακκάδιους, που κατοικούσαν στην Μεσοποταμία, με επίκεντρο τις πόλεις Ουρ και Βαβυλώνα ανέπτυξαν έναν από τους πρώτους πολιτισμούς γύρω στα 4.000 π.Χ.

Το αριθμητικό σύστημα των Βαβυλωνίων είχε ως βάση των αριθμό 60, έναν αριθμό με πολλούς ακέραιους διαιρέτες που προσφέρεται για την έκφραση κλασμάτων ως ακεραίων μερών μιας μονάδας. Παράλληλη όμως, είχε ως βοηθητική βάση και τον αριθμό 10. Οι αριθμοί από τον 1 ως και το 59 γράφονταν με την αρχή της παράθεσης των συμβόλων, ενώ για τη γραφή των μεγαλύτερων του 59 αριθμών εφαρμόζονταν το *σύστημα θέσης*. Είναι σαφές, ότι πρόκειται για ένα αριθμητικό σύστημα που προέκυψε από τη σύνθεση διαφορετικών αριθμητικών συστημάτων, που χρησιμοποιούνταν από τους λαούς της περιοχής ή τους λαούς με τους οποίους



οι Βαβυλώνιοι ανέπτυξαν εμπορικές συναλλαγές.

Οι επόμενοι χρονικά μεγάλοι πολιτισμοί της αρχαιότητας, των Αιγυπτίων, των Ελλήνων και στη συνέχεια των Ρωμαίων ανέπτυξαν αριθμητικά συστήματα τα οποία ως προς τη δομή τους δεν παρουσίαζαν ουσιαστικές ποιοτικές διαφορές από το αριθμητικό σύστημα των Βαβυλωνίων. Ως βάση των αριθμητικών τους συστημάτων χρησιμοποιούσαν τον αριθμό 10 και συνδύαζαν ένα υποτυπώδες σύστημα θέσης παράλληλα με την παραθετική γραφή των αριθμητικών συμβόλων, τα οποία βέβαια ήταν αντίστοιχα με τα σύμβολα για τη γραφή της γλώσσας τους.

Στο Αιγυπτιακό σύστημα υπήρχαν αρχικά ιδιαίτερα σύμβολα για το 1 και το 10, όπως επίσης για το 100, 1.000, το 10.000, το 100.000 και το 1.000.000, ενώ δεν υπήρχε η αναγκαιότητα και κατά συνέπεια δεν είχε επινοηθεί ένα σύμβολο για το μηδέν.

Στους Αρχαίους Αιγυπτίους και τους Βαβυλώνιους οφείλεται μια από τις πρώιμες σημαντικές περιόδους της εξέλιξης του ανθρώπινου πολιτισμού. Σε ό,τι

αφορά τα Μαθηματικά, και ειδικότερα τη Γεωμετρία που μας ενδιαφέρει εδώ, η συμβολή των Αιγυπτίων και των Βαβυλωνίων κατά την περίοδο 2500 π.Χ. – 1000 π.Χ. ήταν πράγματι αξιοσημείωτη κυρίως στον τομέα της Πρακτικής Γεωμετρίας που βασιζόταν σε μετρήσεις και αποσκοπούσε στον υπολογισμό εμβαδών και όγκων.

Υπάρχουν ιστορικές πηγές που χρονολογούνται πριν το 1700 π.Χ. και δείχνουν ότι οι Αρχαίοι Αιγύπτιοι και Βαβυλώνιοι ήξεραν να υπολογίζουν εμβαδά και όγκους πολύπλοκων σχημάτων και με ανεκτή προσέγγιση το εμβαδόν ενός κύκλου. Η πολύ ανεπτυγμένη Πρακτική Αριθμητική τους τούς βοηθούσε σε αυτό, μολονότι οι κανόνες των πράξεων που χρησιμοποιούσαν δεν ήταν απλοί.

Εικάζεται ότι η Πρακτική Γεωμετρία τους προέκυψε από ανάγκες της καθημερινότητας, όπως είναι η επαναδιάταξη των ορίων των αγρών στις όχθες του ποταμού Νείλου μετά τις ετήσιες πλημμύρες του με διατήρηση του εμβαδού τους, ο υπολογισμός του όγκου πλίνθων για την κατασκευή τοίχων και τειχισμάτων και ο υπολογισμός του όγκου αποθηκών. Οι μετρήσεις γίνονταν με σχοινιά που είχαν

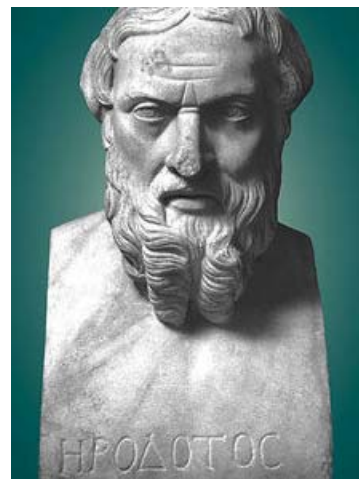


κόμπους ανά ίσα διαστήματα. Η απόσταση μεταξύ δυο διαδοχικών κόμπων μπορεί να θεωρηθεί ως η τότε μονάδα μήκους. Οι κύκλοι διαγράφονταν στο έδαφος με τη βοήθεια ενός σχοινού επιθυμητού μήκους, με το ένα άκρο του να μένει σταθερό στο κέντρο και το άλλο να διαγράφει την περιφέρεια του κύκλου. Σύμφωνα με μια εκδοχή, ο προσεγγιστικός υπολογισμός του κύκλου γινόταν ως εξής: τοποθετούσαν διαδοχικές φορές το σχοινί με το οποίο

έγραφαν τον κύκλο και αντιστοιχούσε στην ακτίνα του πάνω στην περιφέρειά του και διαπίστωναν ότι το μήκος της περιφέρειας ήταν μεγαλύτερο από 6 φορές και μικρότερο από 7 φορές την ακτίνα, οπότε προέκυπτε ότι το π είναι ένας αριθμός μεταξύ του 3 και του 4. Με εκτίμηση του μήκους που περίσσευε ως προς την ακτίνα, μπορούσαν να βρουν πολύ ακριβέστερη τιμή του π .

Μολονότι έχουν αποδοθεί συνοπτικά, δείχνουν τον χαρακτήρα της αλληλεπίδρασης αυτής. Δείχνουν δηλαδή ότι τα Μαθηματικά είχαν τότε αναπτυχθεί με στόχο να συμβάλλουν στην κάλυψη των ποικίλων αναγκών της καθημερινότητας και ότι υπηρετούσαν τον στόχο αυτόν με εμφανή την τάση να αναχθούν οι απαραίτητες υπολογιστικές διαδικασίες σε λίγους κανόνες που έλυναν τα παρουσιαζόμενα προβλήματα. Οι κανόνες αυτοί δεν είχαν διατυπωθεί ρητά, αλλά προέκυπταν ως συστηματικές διαδικασίες από τις ιστορικές πηγές που διατηρήθηκαν μέχρι τις ημέρες μας και, κυρίως, από τον λεγόμενο “πάπυρο του Rhind” (γύρω στο 1650 π.Χ.).

Ο Ηρόδοτος στο βιβλίο του Ευτέρπη στη δεύτερη από τις Ιστορίες του αφηγείται: «Λένε ότι αυτός ο βασιλιάς μοίρασε τη χώρα σε όλους τους Αιγύπτιους δίνοντας στον καθένα έναν ίσο τετράγωνο κλήρο, για τον οποίο θα πληρώνει ετήσιο φόρο και με αυτόν τον τρόπο δημιούργησε εισοδήματα. Και όποιος έχανε από πλημμύρα μέρος της γης του, πήγαινε στον βασιλιά και του έλεγε τι είχε συμβεί. Τότε ο βασιλιάς έστελνε ανθρώπους που εξέταζαν και μετρούσαν το τμήμα κατά



το οποίο μειώθηκε η γη, ώστε να πληρώνει αναλογικά μικρότερο φόρο από εκείνον που αρχικά του είχε επιβληθεί. Έτσι νομίζω εφευρέθηκε η Γεωμετρία και ήλθε στην Ελλάδα».

Ο Ηρόδοτος επισκέφτηκε την Αίγυπτο τον 6^ο αιώνα π.Χ. και αναφέρεται στον Φαραώ Σέσωστρις έναν από τους ηγεμόνες της 12^{ης} δυναστείας (2.000 μέχρι το 1786 π.Χ.). Οι άνθρωποι του βασιλιά επιφορτισμένοι να καθορίζουν τα όρια των χωραφιών και να μετρούν την έκτασή τους ονομάζονταν αρπεδονάπτες (αρπεδόνη είναι το σκοινί και άπω σημαίνει ακουμπώ) και χρησιμοποιούσαν σκοινιά πάνω στα οποία με κόμπους υπήρχαν σημειωμένες συγκεκριμένες αποστάσεις. Αυτή η αναφορά του Ηροδότου επαναλήφθηκε στα έργα πολλών αρχαίων και κυρίως Βυζαντινών συγγραφέων.

Λαοί της Αμερικής

Πρόκειται για τον πολιτισμό των Ίνκας που θα είχε πιθανότητα να μας προσφέρει ένα σύνολο μαθηματικών γνώσεων, αλλά, επειδή δεν υπάρχουν γραπτά μνημεία, δεν είναι δυνατή η ανασύστασή τους. Περισσότερες πληροφορίες έχουμε για τα μαθηματικά των Μάγια και των κληρονόμων του πολιτισμού τους, των Αζτέκων, κι αυτό οφείλεται στην πικτογραφική και ιερογλυφική γραφή τους, που συναντάμε στα μνημεία και στα χειρόγραφα, την οποία μπορούμε σήμερα και αποκρυπτογραφούμε.



Όλη τους η προσπάθεια φαίνεται ότι στρεφόταν στον υπολογισμό του χρόνου, στο πρόβλημα της καθιέρωσης ημερολογίου και στην πρόβλεψη αστρονομικών γεγονότων. Η πρώτη μέρα στο ημερολόγιο των Αζτέκων ήταν η 12^η Αυγούστου 3113 π.Χ. και οι παρατηρήσεις τους αναφέρονται σε μια περίοδο τουλάχιστον 38 αιώνων.

Τα μαθηματικά των Κινέζων

Τέσσερα κλασικά έργα διασώζονται από την αρχαία Κίνα, τα οποία μας βοηθούν να καταλάβουμε τα κινέζικα μαθηματικά πριν από το 1000 π.Χ. Το πρώτο είναι το Σου-Ζινγκ το οποίο περιλαμβάνει αρκετά πολύπλοκους αστρονομικούς υπολογισμούς που έγιναν στην αρχαία Ελλάδα. Το Ι-Ζινγκ, το δεύτερο κατά σειρά, δεν είναι στην πραγματικότητα ένα βιβλίο μαθηματικών, αλλά ένα βιβλίο που χρησιμοποιούνταν από τους Κινέζους επί χιλιετίες για να μαντέψουν ποια πορεία δράσης έπρεπε αν ακολουθήσουν σε σημαντικά θέματα. Ωστόσο, αναφέρει το μαγικό τετράγωνο, μια

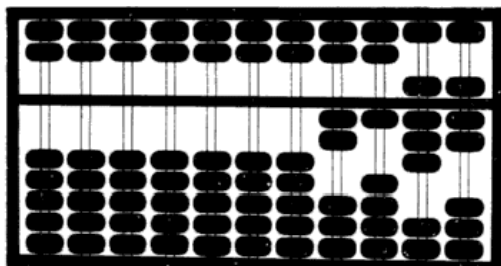


τετραγωνική διάταξη εννέα αριθμών τέτοια ώστε οι τρεις οριζόντιες σειρές, οι τρεις κάθετες σειρές και οι δύο διαγώνιοι όταν αθροίζονται να καταλήγουν όλες στον ίδιο αριθμό. Η μέθοδος προβλέψεων του Ι-Ζινγκ χρησιμοποιεί ένα συνδυασμό εξήντα τεσσάρων εξαγράμμων, σχήματα που αποτελούνταν από δύο εν μέρει επικαλυπτόμενα ισόπλευρα τρίγωνα, δηλαδή ένα αστέρι με έξι κορυφές και δείχνει ότι οι Κινέζοι ενδιαφέρονταν για τις έννοιες των μεταθέσεων και των συνδυασμών.

Μαθηματικά χειρόγραφα που έχουν διασωθεί από την αρχαία Κίνα μοιάζουν με τα βαβυλωνιακά και τα αιγυπτιακά έργα: παρουσιάζουν δηλαδή στον αναγνώστη μια σειρά προβλημάτων. Το πρώτο αληθινά μαθηματικό κείμενο που διασώθηκε ήταν το Τζού-μπέι, το οποίο πιθανόν γράφτηκε γύρω στο 1100 π.Χ. και περιέχει ημερολογιακούς υπολογισμούς αλλά και υλικό σχετικό με τα κλάσματα. Το έργο αναφέρεται επίσης στη διαίρεση μια γραμμής σε μήκη των τριών, τεσσάρων και πέντε μονάδων, κάτι που αφορά πιθανότατα στο ορθογώνιο τρίγωνο με μήκη πλευρών τρία, τέσσερα και πέντε. Επομένως, εκείνη την εποχή, οι Κινέζοι μπορεί να γνώριζαν το πυθαγόρειο θεώρημα.

Το τελευταίο από τα τέσσερα κλασικά έργα, ένα έργο που χαίρει μεγάλης εκτίμησης, είναι το «Τζιου-τζαν Σουά-σου» ή «Η αριθμητική σε εννέα κεφάλαια». Τα θέματα περιλαμβάνουν προβλήματα που σχετίζονται με τη φορολόγηση, την τοπογράφηση, τα ποσοστά και τον υπολογισμό του εμβαδού τριγώνων, κύκλων και τραπεζίων. Περιλαμβάνει, επίσης, τα προβλήματα που σχετίζονται με τα συστήματα γραμμικών εξισώσεων, με το πυθαγόρειο τρίγωνο, με τις τετραγωνικές και τις κυβικές ρίζες και με τη χρήση του κανόνα της λαθεμένης παραδοχής, τον οποίο συναντήσαμε και στα αιγυπτιακά μαθηματικά. Οι Κινέζοι όχι μόνο έλυναν εξισώσεις που περιείχαν αγνώστους υψωμένους στο τετράγωνο ή στον κύβο, αλλά και απλές εξισώσεις όπου ο άγνωστος ήταν υψωμένος στην δεκάτη δύναμη.

Επιπλέον, οι Κινέζοι μαθηματικοί έδειχναν μεγάλο ενδιαφέρον για τον υπολογισμό όλο και καλύτερων προσεγγίσεων της τιμής του π , του λόγου δηλαδή της διαμέτρου του κύκλου προς την περιφέρειά του. Η ακρίβεια αυτού του υπολογισμού αποτελεί ένα πρόχειρο μέτρο του μαθηματικού πολιτισμού μιας κοινωνίας. Οι αρχαίες εκείνες κοινωνίες που δεν ενστερνίστηκαν τους υπολογισμούς και τα μαθηματικά χρησιμοποιούσαν συνήθως την τιμή 3 ως καλύτερη προσέγγιση. Για παράδειγμα, οι Εβραίοι χρησιμοποιούσαν την τιμή 3 για το π όταν κατασκεύαζαν το ναό του Σολομώντα. Ωστόσο, η προσέγγιση των Βαβυλωνίων ήταν λίγο καλύτερη.



Όσον αφορά τα εργαλεία, ο άβακας ήταν το πρώτο. Κάθε σύρμα έχει 5 σφαίρες κάτω από το κεντρικό σύρμα και δύο πάνω, κάθε άνω μπάλα ισούται με 5 από τα κάτω.

Οι Κινέζοι έκαναν νοητικά τους υπολογισμούς και μετά χρησιμοποιούσαν ένα υπολογιστικό πινάκιο για την καταγραφή των αποτελεσμάτων. Το υπολογιστικό πινάκιο, από το οποίο προήλθε ο άβακας, ήταν μια επίπεδη ξύλινη επιφάνεια με ζωγραφισμένες γραμμές που σχημάτιζαν ένα ορθογώνιο με τετράγωνα. Ράβδοι μήκους περίπου δέκα εκατοστών τοποθετούνταν σε διαφορετικά τετράγωνα για να συμβολίζουν τις μονάδες, ενώ τα ίδια τα τετράγωνα συμβόλιζαν μεγαλύτερους

αριθμούς. Χρησιμοποιούνταν δύο είδη ράβδων. Κόκκινες για τους θετικούς και μαύρες για τους αρνητικούς. Υπάρχουν αναφορές ότι οι Κινέζοι μαθηματικοί ήταν εξαιρετικά επιδέξιοι με τους πίνακες αρίθμησης και μπορούσαν γρήγορα να εκτελούν ιδιαίτερα πολύπλοκες πράξεις. Οι πρώτες μαθηματικές έννοιες των Κινέζων

χρονολογούνται από πολύ παλιά. Ήδη απ' τον 13ο αιώνα π.Χ. οι Κινέζοι είχαν σύστημα δεκαδικής αρίθμησης, ανάλογο μ' εκείνο που υπάρχει σήμερα κι απ' τον 3ο π.Χ. αιώνα οι Κινέζοι έδωσαν μια πρωτότυπη λύση του Πυθαγόρειου Θεωρήματος. Υπολόγισαν κατά προσέγγιση τον αριθμό π κι έλυσαν τις εξισώσεις του πρώτου βαθμού.

Η χρήση όμως του μηδενός άρχισε τον 8ο αιώνα μ.Χ. και κατά το 12ο και 13ο αιώνα μ.Χ. η κινεζική άλγεβρα γνώρισε μεγάλη ανάπτυξη. Ύστερα όμως απ' την κατάκτηση των Μαντσού, τα μαθηματικά τους περιορίζονται σ' ορισμένα πρακτικά θέματα.

Τα μαθηματικά των Ινδών μέχρι τον 5^ο αιώνα μ.Χ.

Οι αρχαιολογικές ανασκαφές στο Μοχέντζο Ντάρο έφεραν στο φως, στοιχεία ενός πολύ ανεπτυγμένου πολιτισμού στην Ινδία, την ίδια εποχή περίπου που οι Αιγύπτιοι έκτιζαν τις περίφημες πυραμίδες τους. Συγκεκριμένα, στις εκατοντάδες οικίες και καταστήματα που ανακαλύφθηκαν εκεί, βρέθηκαν λουτρά και φρεάτια, καθώς και ένα πολύπλοκο αποχετευτικό σύστημα. Μεταξύ των αντικειμένων που βρέθηκαν, ήταν νομίσματα και σφραγίδες που πάνω τους ήταν χαραγμένα κάποια σχήματα ή επιγραφές, οι οποίες δεν έχουν αποκρυπτογραφηθεί μέχρι σήμερα. Οι πρώτες γεωμετρικές γνώσεις βρίσκονται καταχωρημένες στα Σουλβασούτρας, που ήταν παραρτήματα των Βεδών, των θρησκευτικών βιβλίων των Ινδών. Τα Σουλβασούτρας δίνουν κανόνες για την ακριβή κατασκευή βωμών, που ήταν απαραίτητη προϋπόθεση για την επιτυχή έκβαση μιας θυσίας. Επειδή ο χρόνος σύνθεσης του έργου είναι δύσκολο να προσδιοριστεί, οι χρονολογίες που δίνονται από τους διάφορους μελετητές, έχουν μεγάλη απόκλιση που είναι μεταξύ του 800 π.Χ. και 200 μ.Χ. Παρά όλα αυτά μπορούμε να πούμε, ότι τα Σουλβασούτρας είναι τα αρχαιότερα κείμενα όπου ανιχνεύουμε τα πρώτα ίχνη μαθηματικών γνώσεων στην Ινδία.



Την περίοδο των Σουλβασούτρας διαδέχεται μια άλλη, αυτή των Σιδχάντων ή συστημάτων αστρονομίας. Στις Σιδχάντες που γράφτηκαν περίπου στα τέλη του 4ου μ.Χ. αιώνα, διακρίνονται σαφή σημάδια ελληνικής επιρροής. Όμως οι Ινδοί καινοτομούν σε σχέση με τους Έλληνες, αντικαθιστώντας την συναρτησιακή σχέση μεταξύ χορδών και των αντίστοιχων επίκεντρων γωνιών τους, με ημιχορδές και αντίστοιχες επίκεντρες γωνίες, δηλαδή με ημίτονα. Ακόμη και η λέξη ημίτονο προέρχεται από την παραποιημένη απόδοση της σανσκριτικής λέξης *jyaardha*, που σημαίνει μισή χορδή. Η εισαγωγή αυτής της ημιτονοειδούς συνάρτησης, είναι η βασική συνεισφορά των Σιδχάντων στην ιστορία των μαθηματικών.

Ένα σημαντικό επίτευγμα των Ινδών μαθηματικών είναι και η λύση των Διοφαντικών εξισώσεων. Ενώ ο Διόφαντος και η Υπατία ασχολήθηκαν με την εύρεση ρητών λύσεων των εξισώσεων αυτών, στα ινδικά έργα για πρώτη φορά αναζητούνται ακέραιες λύσεις τέτοιων εξισώσεων. Η μέθοδος του η οποία βασίζεται στον Ευκλείδειο αλγόριθμο, φέρει την χαρακτηριστική ονομασία «κονιοποιητής» (*kuttaka*).

Ένα άλλο αξιοσημείωτο επίτευγμα του ινδικού λαού είναι τα εννιά σύμβολα αρίθμησης. τα γνωστά σε όλους μας «αραβικά ψηφία», τα οποία ονομάστηκαν έτσι, όχι γιατί προέρχονται από τους Άραβες αλλά γιατί διαδόθηκαν και έγιναν γνωστά από αυτούς στον υπόλοιπο κόσμο. Η Ινδική παράδοση αποδίδει τα σύμβολα αυτά, στον «Αγαθοεργό Δημιουργό του σύμπαντος». Παρόμοιες πεποιθήσεις περί θεϊκής έμπνευσης ισχύουν άλλωστε και για τα πρωιμότερα ινδικά έργα. Πάντως σήμερα επικρατεί η αντίληψη ότι, αριθμητικά μας σύμβολα προέρχονται από τα δυτικοαραβικά, που και αυτά με τη σειρά τους κατάγονται από τα ινδικά ψηφία. Τα ινδικά ψηφία εμφανίζονται για πρώτη φορά, σε διάφορες επιγραφές που χρονολογούνται τον 3ο αιώνα π.Χ.
