

# Ερευνητική εργασία: Γεωμετρία στην αρχαιότητα

Μαθητές: Ντάκα Αγγελική, Κώτη Ευαγγελία, Δημητρίου Άννα-Μαρία, Σταυροθανασοπούλου Νίκη!

## Θέμα: Πυθαγόρειοι

Οι Πυθαγόρειοι αντιλαμβάνονταν τους αριθμούς ως πλήθος ορισμένων αντικειμένων και τους απεικόνιζαν σε ψήφους. Με αυτό τον τρόπο παράστασης των αριθμών κατόρθωσαν να προβούν σε μια πρώτη βασική ταξινόμηση κατηγοριοποιώντας τους σε «[άρτιους](#)» και «[περιττούς](#)». Έτσι ένας άρτιος αριθμός απεικονιζόταν με μια σειρά ψήφων που μπορεί να χωριστεί σε δύο ίσα μέρη, ενώ το αντίθετο συνέβαινε με έναν περιττό.

Μια άλλη θεωρία της αριθμητικής των Πυθαγορείων είναι αυτή των «*παραστατικών αριθμών*» όπου κάθε αριθμός (ως σύνολο ψήφων) μπορεί να απεικονίσει κάποιο [γεωμετρικό σχήμα](#). Παραδείγματος χάριν, ο αριθμός 25 παριστάνει ένα [τετράγωνο](#), ο αριθμός 21 ένα [ισόπλευρο τρίγωνο](#) και ο αριθμός 30 ένα [ορθογώνιο](#). Η μελέτη των παραστατικών αριθμών οδήγησε τους Πυθαγορείους στην ανακάλυψη της μεθόδου για την εύρεση των «*πυθαγορείων τριάδων*».

Τέλος, η ανακάλυψη της [ασυμμετρίας](#) είναι, σύμφωνα με τον έγκυρο σχολιαστή [Πάππο](#) από την [Αλεξάνδρεια](#), επίτευγμα που επίσης ανήκει στους Πυθαγορείους.

Ο [Πορφύριος](#) αναφέρει μερικά από αυτά τα συμβολικά παραγγέλματα μαζί με τις ερμηνείες που είτε ο ίδιος απέδιδε είτε που είχαν παραδοθεί μέχρι την εποχή του από άλλους:

- να μην υπερβαίνεις τον ζυγό (να μην πλεονεκτείς).
- να μην σκαλίζεις την φωτιά με μαχαίρι (να μην προκαλείς τον οργισμένο με λόγους οξείς).
- να μην μαδάς τον στέφανο (να μην κακομεταχειρίζεσαι τους νόμους, που είναι τα στέφανα της πόλεως).
- να μην τρώς την καρδιά σου (να μην φθείρεις τον εαυτό σου με θλίψεις και στεναχώριες).
- να μην κάθεσαι πάνω σε "χοίνοκα" (να μην ζεις σαν τεμπέλης).
- όταν αποδημείς να μην θέλεις να επιστρέψεις (να μην προσκολλάσαι στη ζωή όταν πεθαίνεις).
- να μην βαδίζεις στις λεωφόρους αλλά στα μονοπάτια (να μην ακολουθείς τις γνώμες των

πολλών αλλά τις γνώμες των λογίων και μορφωμένων).

- να μην δέχεσαι χελιδόνια στον οίκο σου (να μην κάνεις φίλους ανθρώπους φλύαρους και ακρατείς στην γλώσσα).
- να μην βοηθάς εκείνους που βαστάζουν φορτίο (να μην παροτρύνεις κανέναν στην τεμπελιά αλλά να συντελείς στην αρετή).
- κυάμων απέχου (να μην συμμετέχεις σε εκλογή με κυάμους -κουκιά- διότι στην δημοκρατία εκλεγονται λαοπλάνοι φαφλατάδες κι όχι σοφοί άνθρωποι)
- τις εικόνες των Θεών, μην φοράς σε δακτυλίδια (την γνώμη και τους λόγους σου για τους Θεούς, μην τις κάνεις πρόχειρα και φανερά ούτε να τις προφέρεις μπροστά στους πολλούς).

Μεγάλη δε σημασία απέδιδε στην διατροφή με ελαφρές τροφές, όπως ο κρίθινος άρτος, τα λαχανικά, το μέλι, και οι φρέσκοι ή αποξηραμένοι καρποί. Έλεγε πως δεν πρέπει κανείς να τρώει το παράγον μαζί με το παραγόμενο (π.χ. κοτόπουλο και αυγό) και να αποφεύγει σχεδόν όλα γενικώς τα θαλασσινά. Δίδασκε την πλήρη αποχή από την κρεοφαγία με εξαίρεση το κρέας της ιεροθυσίας, δηλαδή κρέας από σφάγια που θυσιάστηκαν κι αυτό όχι από κάθε μέρος του ζώου αλλά να αποφεύγουν την μέση, τους όρχεις και τα αιδοία, τον μυελό, τα πόδια και το κεφάλι. Σπάνια δε ο ίδιος θυσίαζε έμψυχα και συχνότερα προσέφερε κριθαράλευρο, πλακούντες, στεφάνους ανθέων και θυμιάματα.

Ο [Πορφύριος](#) καταγράφει την παραδοθείσα εκδοχή ότι κάποια φορά που ο Πυθαγόρας θυσίασε βόδι από ζυμάρι, ανακάλυψε ότι η υποτεινούσα του ορθογωνίου τριγώνου έχει την ίδια δύναμη με τις πλευρές που την περιέχουν. Αυτό έμελλε να γίνει γνωστό ως Πυθαγόρειο θεώρημα και να χρησιμεύσει μεταξύ των Πυθαγορείων ως σημαντικό εργαλείο μελέτης των αρρήτων μεγεθών (αριθμοί που δεν εκφράζονται ως λόγος ακεραίων, όπως η τετραγωνική ρίζα του 2).

#### **Κυριότεροι άλλοι Πυθαγόρειοι**

Όνομα-Καταγωγή-Χρονικό διάστημα ζωής

[Ίπασσος=Μεταπόντιο](#)-7<sup>ος</sup>-5<sup>ος</sup> αιώνας π.Χ.

[Πέτρων](#)=Ελλάδα-7<sup>ος</sup>-5<sup>ος</sup> αιώνας π.Χ.

[Ίππων](#)-Σάμος-5<sup>ος</sup> αιώνας π.Χ.

[Φιλόλαος-Κρότων](#)-477- 388; π.Χ.

[Εύρυτος-Κρότων](#)-5<sup>ος</sup>-4<sup>ος</sup> αιώνας π.Χ.

[ΙΚέτας-Συρακούσες](#)-5<sup>ος</sup>-4<sup>ος</sup> αιώνας π.Χ.

[Έκφαντος-Συρακούσες](#)-4<sup>ος</sup> αιώνας π.Χ.

[Αρχύτας-Τάραντα](#)-4<sup>ος</sup> αιώνας π.Χ.

Το **Πυθαγόρειο θεώρημα** είναι σχέση της [Ευκλείδειας γεωμετρίας](#) ανάμεσα στις πλευρές ενός [ορθογωνίου τριγώνου](#). Συνεπώς αποτελεί [θεώρημα](#) της Επιπέδου [Γεωμετρίας](#).

Σύμφωνα με το Πυθαγόρειο Θεώρημα, που εξ ονόματος αποδίδεται στον αρχαίο Έλληνα φιλόσοφο [Πυθαγόρα](#) το: «*Εν τοις ορθογωνίοις τριγώνοις το από της την ορθήν γωνίαν υποτεινούσης πλευράς τετράγωνον ίσον εστί τοις από των την ορθήν γωνίαν περιεχουσών*

πλευρών τετραγώνους».

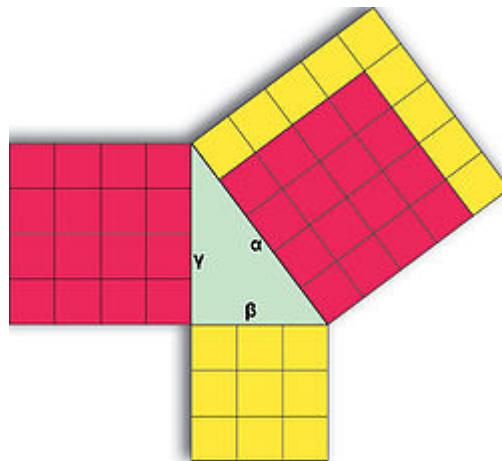
Δηλαδή: «το τετράγωνο της υποτεινουσας ενός ορθογώνιου τριγώνου ισούται με το άθροισμα των τετραγώνων των δυο κάθετων πλευρών».

Η παραπάνω πρόταση εκφράζεται με τον ακόλουθο τύπο:

$\alpha^2 = \beta^2 + \gamma^2$ . - (όπου  $\alpha$  = το μήκος της υποτεινουσας και  $\beta$  και  $\gamma$  = τα μήκη των δύο άλλων πλευρών)

Τη παραπάνω αρχαία διατύπωση της πρότασης του εν λόγω θεωρήματος παρέχει ο αρχαίος επίσης [Ευκλείδης](#) στο πρώτο βιβλίο των "Στοιχείων" Γεωμετρίας του (47η πρόταση) με σχετική απόδειξη που κατά παράδοση οφείλεται στον Πυθαγόρα που κατ' άλλη επίσης αρχαία παράδοση μετά την ανακάλυψή του αυτή θυσίασε προς τους θεούς [Εκατόμβη](#) γι αυτό και το θεώρημα αυτό ονομάστηκε «Εκατόμβη» ή «Θεώρημα εκατόμβης».

Ισχύει και το **αντίστροφο Πυθαγόρειο θεώρημα**: ότι δηλαδή, αν ισχύει η παραπάνω σχέση μεταξύ των πλευρών ενός τριγώνου, τότε το τρίγωνο είναι ορθογώνιο.



Απόδειξη:

Το πυθαγόρειο θεώρημα αποδεικνύεται με πάνω από έναν τρόπους:

▲ Απόδειξη με ομοιότητα τριγώνων:

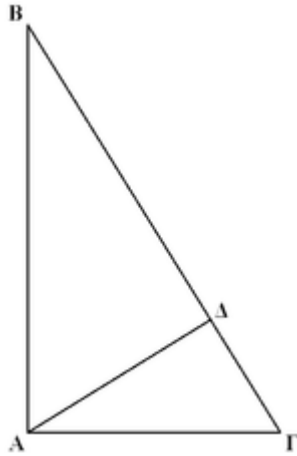
Έστω ορθογώνιο τρίγωνο  $AB\Gamma$  με ορθή γωνία την  $A$ . Θεωρώ το ύψος της υποτεινουσας ότι την τέμνει στο σημείο  $\Delta$ . Τα τρίγωνα  $AB\Gamma$  και  $\Delta BA$  είναι όμοια μεταξύ τους ως ορθογώνια τρίγωνα με ίδια τη γωνία  $B$ . Παρομοίως τα τρίγωνα  $AB\Gamma$  και  $\Delta\Gamma A$  είναι όμοια μεταξύ τους με ίδια τη γωνία  $\Gamma$ . Ισχύει, λοιπόν:

$$\frac{AB}{B\Gamma} = \frac{\Delta B}{AB} \Rightarrow (AB)^2 = (B\Gamma)(\Delta B),$$

$$\text{και παρομοίως } (A\Gamma)^2 = (B\Gamma)(\Delta\Gamma).$$

Αν προσθέσουμε τις δυο αυτές εξισώσεις έχουμε:

$$(AB)^2 + (A\Gamma)^2 = (B\Gamma)(\Delta B) + (B\Gamma)(\Delta\Gamma) = (B\Gamma)(\Delta B + \Delta\Gamma) = (B\Gamma)^2.$$



Απόδειξη με εμβαδά

Θεωρούμε ένα τετράγωνο πλευράς  $a + b$  και σχεδιάζουμε σε αυτό τέσσερα ορθογώνια τρίγωνα με πλευρές  $a$  και  $b$  και υποτεινούσα  $c$ , έτσι ώστε στο κέντρο να έχουμε τετράγωνο πλευράς  $c$  (βλ. σχήμα).

Υπολογίζουμε το εμβαδό του τετραγώνου προσθέτοντας το εμβαδό του μικρότερου τετραγώνου καθώς και τα εμβαδα των τεσσάρων τριγώνων :

$$c^2 + 2ab$$

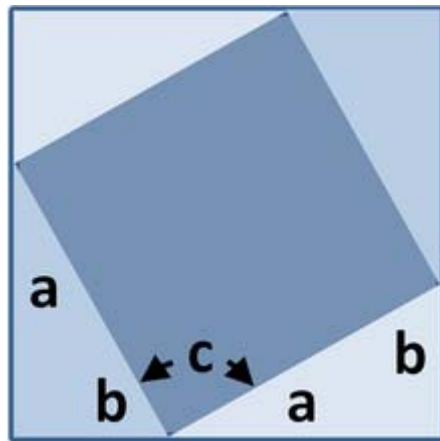
Αφού πρόκειται για τετράγωνο πλευράς  $a + b$  το εμβαδό του ισούται επίσης με:

$$a^2 + b^2 + 2ab.$$

Εξισώνοντας τις δυο αυτές σχέσεις προκύπτει:

$$a^2 + b^2 + 2ab = c^2 + 2ab$$

$$\text{ή } a^2 + b^2 = c^2.$$



Η φήμη των Πυθαγορείων οφείλεται συνήθως στο ότι υιοθέτησαν ως έμβλημα τους το «τα πάντα είναι αριθμός». Ορισμένοι ιστορικοί της φιλοσοφίας και των επιστημών επιχείρησαν να διαγνώσουν μέσα σ' αυτό τις απαρχές μιας σύγχρονης επιστημονικής θέασης του κόσμου, όπου το γινώσκειν ισοδυναμεί με το μετράν και όπου μια γνώση δεν είναι επιστημονική παρά μόνον εάν είναι μαθηματική. Έτσι λοιπόν ο Α. Μπρόνσβικ, στο έργο του *Ο ρόλος του πυθαγορισμού στην εξέλιξη των ιδεών* (Παρίσι, 1937), συγχαίρει τον Πυθαγόρα για την ιδιοφυή του ενόραση αλλά και θλίβεται, καθώς συναντά διαρκώς, στις θεωρίες του τελευταίου, πολυάριθμες προλήψεις για τους

αριθμούς, ώστε τελικά δίπλα στην πραγματική αριθμητική να παρατίθεται μια αρεσκόμενη σε νεφελώδεις και μυθολογικές θεωρήσεις αριθμολογία.

Ίσως, όμως, παρουσιάζοντας τον Πυθαγόρα ως τον διστακτικό ακόμα προπάτορα αυτής της χαρακτηριστικής των μοντέρνων καιρών κυριαρχίας του ποσοτικού, να πέφτουμε θύματα μιας παρανόησης. Η θεωρία των Πυθαγορείων εδράζεται, στην πραγματικότητα, σε μια κοσμοαντίληψη εντός της οποίας ο αριθμός συλλαμβάνεται μ' έναν τρόπο τελείως διάφορο αυτού που μας είναι οικείος. Στις μέρες μας, αντιλαμβανόμαστε πλέον τον αριθμό ως επισώρευση μονάδων, ώστε το 3 για μας να προκύπτει από την πρόσθεση του 1 στο 1 και πάλι στο 1 · ο αριθμός, άρα, γεννάται μέσω της επανάληψης της στοιχειώδους ενότητας. Από αυτή τη σύλληψη έλκουν την καταγωγή τους οι φιλοσοφίες της απαγωγής και της ανάπτυξης, φιλοσοφίες που με τη σειρά τους απολήγουν σε τεχνικές δύναμης και κυριαρχίας.

Για τους Πυθαγόρειους, αντίθετα, ο αριθμός προκύπτει από τη διαίρεση της Ενότητας. «Το εν, διχαζόμενο, διπλασιάζεται: το ένα παρήγαγε το δύο», όπως λέει κι ο Αριστοτέλης (*Μετά τα Φυσικά*, XIV, 3). Κυριολεκτώντας, λοιπόν, η ενότητα δεν έχει πληθυντικό ή, μάλλον, οφείλουμε να διακρίνουμε *το Εν*, τον αριθμό των αριθμών, από τη μονάδα, τον αριθμό δηλαδή των αριθμούμενων πραγμάτων. Αυτή η κοσμοαντίληψη συνεπάγεται μια φιλοσοφία της εγκόλπωσης, όπου ο αριθμός είναι τμήμα της ενότητας κι όχι η ενότητα τμήμα του αριθμού.

Παριστούσαν τους αριθμούς με αριθμούς-στίγματα

$$\begin{array}{ccc}
 & & ? \\
 3 = & ? & 6 = ? ? \\
 & ? ? & ? ? ?
 \end{array}$$

Οι γραφικές αυτές απεικονίσεις τους επέτρεπαν να δείχνουν, με μια και μόνη ματιά, πως το άθροισμα των περιττών ισούται με τα τετράγωνα της ακολουθίας των αριθμών<sup>2</sup>, γιατί:

$$1 + 3 = 2^2 \quad 1 + 3 + 5 = 3^2 \quad 1 + 3 + 5 + 7 = 4^2$$

Χάρη στις γραφικές αυτές απεικονίσεις τους ήταν δυνατόν να δείξουν ότι

$$(a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$$

είτε πάλι το περίφημο «πυθαγόρειο θεώρημα»:

$$AB^2 + BC^2 = AC^2$$

Ο Θέων της Σμύρνης μας λέει λοιπόν πως η τετρακτύς συμπληρώνει την ακολουθία των αριθμών, πως κλείνει μέσα της τη φύση τόσο των άρτιων όσο και των περιττών, του κινητού όσο και του ακίνητου, του καλού όσο και του κακού<sup>13</sup>. Η δεκάδα διαθέτει ακόμα την ιδιότητα να περιλαμβάνει ίσο αριθμό πρώτων και σύνθετων αριθμών: μπορεί τέλος να παρασταθεί με το ακόλουθο σχήμα:

$$\begin{array}{ccc}
 & & ? \\
 10 = 1 + 2 + 3 + 4 & ? & ? \\
 & ? & ? ?
 \end{array}$$

? ? ? ?

που δείχνει σαφώς ότι  $10 = 1 + 2 + 3 + 4$ . Ας προσθέσουμε ακόμα πως «μεταξύ των περιλαμβανόμενων στην δεκάδα αριθμών άλλοι είναι γεννήτορες κι άλλοι γεννημένοι: το τέσσερα, για παράδειγμα, πολλαπλασιαζόμενο με το 2 γεννά το 8, ενώ και το ίδιο είναι γεννημένο από το 2. Άλλοι είναι γεννημένοι αλλά δεν γεννούν, όπως το 6 που είναι το γινόμενο του 2 επί το 3, αλλά το ίδιο δεν γεννά κανέναν από τους αριθμούς της δεκάδας· άλλοι πάλι γεννούν αλλά οι ίδιοι είναι αγέννητοι, όπως το 3 και το 5, που δεν προήλθαν από κανένα συνδυασμό αριθμών αλλά γεννούν το 3 παράγει το 9 και πολλαπλασιαζόμενο με το 2 το 6, ενώ το 5 πολλαπλασιαζόμενο με το 2 δίνει το 10»<sup>14</sup>. Έτσι η δεκάδα είναι πραγματικά ένας θείκός αριθμός .

Ο στοχασμός των Πυθαγορείων εκτείνεται και στα γεωμετρικά σχήματα. Μπορούμε να αναφέρουμε, για παράδειγμα, το τρίγωνο το οποίο οι Πυθαγόρειοι αποκαλούσαν «ιερό» και του οποίου οι ιδιότητες ήταν ήδη γνωστές χάρη στους Αιγυπτίους. Πρόκειται για ένα τρίγωνο —το μόνο— οι τιμές των πλευρών του οποίου αποτελούν διαδοχή ακεραίων, 3 και 4 για τις πλευρές και 5 για την υποτείνουσα, και το οποίο διαθέτει κυρίως την πολύτιμη ιδιότητα να είναι ορθογώνιο εφόσον

$$3^2 + 4^2 = 5^2$$

Η ιδιαιτερότητα αυτή παρέχει σ' έναν αρχιτέκτονα, εξοπλισμένο μ' ένα σκοινί, το οποίο φέρει 12 κόμπους σε ίση απόσταση μεταξύ τους, να χαράξει εύκολα στο έδαφος μια ορθή γωνία και άρα ένα, εγγραφόμενο σε ημικύκλιο, ορθογώνιο τρίγωνο. Πέραν αυτού, αν οι πλευρές του τριγώνου είναι 3, 4 και 5, τότε το εμβαδόν του ισούται με 6. Μεταξύ των υπόλοιπων γεωμετρικών σχημάτων, στα οποία απέδιδαν οι Πυθαγόρειοι μαγικές ιδιότητες, θα πρέπει ακόμα να αναφέρουμε το πεντάγωνο, το πεντάγραμμο ή πεντάλφα.

Ο **Ίππασος** ήταν αρχαίος Έλληνας [Πυθαγόρειος φιλόσοφος](#), μαθηματικός και φυσικός. Κατά τον [Ιάμβλιχο](#) ήταν [Κροτωνιάτης](#), γενικά όμως επονομαζόταν **«Μεταπόντιος»** ή **«Μεταποντίνος»**. Η ακμή του τοποθετείται στα πρώτα 40 χρόνια του [5ου αιώνα π.Χ.](#) και θεωρείται από τους αρχαιότερους μαθητές του Πυθαγόρα. Ήταν ο ιδρυτής του «μαθηματικού τμήματος» της Πυθαγόρειας Σχολής. Η διδασκαλία του διέφερε των άλλων Πυθαγορείων ως προς τούτο: ότι παραδεχόταν ως αρχή του κόσμου την ύλη (πυρ) και όχι την άυλη μορφή (αριθμοί) όπως εκείνοι. Είναι πιθανό εξ αυτού να πήγασε η διάδοση ότι ο Ίππασος κοινοποίησε μυστικά της Πυθαγόρειας φιλοσοφίας και ότι εξ αυτού καταδιώχθηκε και τελικά φονεύθηκε.

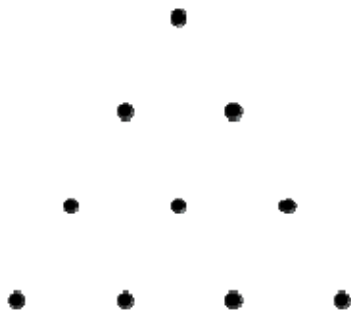
Κατά μια δεύτερη εκδοχή του θανάτου του, ο Ίππασος ανακάλυψε πως η ρίζα του δύο, ή καλύτερα η διαγώνιος ενός [τετραγώνου](#) με πλευρά 1, είναι [άρρητος αριθμός](#). Οι πυθαγόρειοι πίστευαν στον αριθμό ως αρχή των πάντων. Ως αριθμό εννοούσαν

τους [φυσικούς αριθμούς](#). Η ανακάλυψη αυτή του Ίππασου ερχόταν σε αντίθεση με τις αντιλήψεις τους και για να μείνει κρυφή τον πέταξαν στη θάλασσα, όπου και πνίγηκε.

Ο [Διογένης ο Λαέρτιος](#) αναφέρει ότι ο Ίππασος έγραψε «*Μυστικόν λόγον*», τον οποίο παρουσίασε ως γραμμένο από τον Πυθαγόρα. Νεότερες ακόμη παραδόσεις του απέδιδαν τη εφεύρεση - κατασκευή δοχείων γεμάτων νερού που μαζί με μεταλλικές πλάκες διαφορετικού πάχους ηχούσαν όλα μαζί αρμονικά, κάνοντας έτσι πειράματα [ακουστικής](#). Επίσης το πείραμα που έκανε με τους «χαλκούς δίσκους» απέδωσε εκ των υστέρων την επαλήθευση των αριθμών αναλογίας στη [συνήχηση](#). Ο Ιάμβλιχος συμπληρώνει επίσης ότι ο Ίππασος είχε δημιουργήσει ιδιαίτερη ομάδα «ακουσματικών επιστημόνων» που ασχολούνταν με διάφορες εφαρμογές στην έρευνα της [ακουστικής](#). Τέλος η ανακάλυψη της σχέσης εκάστης πλευράς προς τη διαγώνιο κανονικού πενταγώνου, που είναι [ασύμμετρος αριθμός](#), αποδίδεται στον Ίππασο. Υπόψη ότι το κανονικό [πεντάγωνο](#) αποτελούσε το αναγνωριστικό «σήμα» των Πυθαγορείων.

Τον **Ίππασο** αναφέρει επίσης και η [Σούδα](#).

η «ιερή δεκάδα»



^ Αριθμητική και

^ **Γεωμετρία και στη Μουσική!**

● **Μουσική διάστημα:** Η σχέση μεταξύ δύο αριθμών, αυτό δηλαδή που ονομάζεται σήμερα στην αριθμητική και στη γεωμετρία λόγος, στη μαθηματική θεωρία της Μουσικής του Πυθαγόρα ονομάζεται «Διάστημα».

Στη θεωρία της Μουσικής μάλιστα η λέξη διάστημα είχε διπλή σημασία. Διότι αφενός μεν ονομαζόταν διάστημα η αριθμητική σχέση με την οποία εκφραζόταν ο λόγος του μουσικού διαστήματος, αφετέρου δε αυτή η λέξη ήταν σύμφωνη με την καθημερινή έννοιά της και το «τμήμα ευθείας», δηλαδή την απόσταση μεταξύ δύο σημείων.

Το μουσικό διάστημα, που εκφραζόταν ως «σχέση δύο αριθμών προς αλλήλους» στη θεωρία της Μουσικής του Πυθαγόρα ονομαζόταν αρχικά διάστημα = απόσταση δυο σημείων απ' αλλήλων. Το «διάστημα» αυτό είχε πράγματι δύο συνοριακά σημεία (πέρατα, όρους), τα οποία δινότουσαν ως αριθμοί.

Πιο συγκεκριμένα ο Πυθαγόρας ήταν αυτός που πρώτος έθεσε τις βάσεις της επιστήμης της Μουσικής με μια επιστημονικά θεμελιωμένη θεωρία της Μουσικής. Ανακάλυψε τη σχέση ανάμεσα στο μήκος των χορδών και το τονικό ύψος που δίνουν.

Για να το πετύχει αυτό χρησιμοποίησε ένα έγχορδο όργανο, που το δημιούργησε ο ίδιος, το «Μονόχορδο».

Με άλλα λόγια οι Πυθαγόρειοι ανακάλυψαν μια σχέση απόλυτα σταθερή ανάμεσα στο μήκος των χορδών της λύρας και των βασικών συγχορδιών (1/2 για την όγδοη, 3/2 για την πέμπτη και 4/3 για την τέταρτη). Η θαυμαστή ιδιότητα αυτών των αρμονικών σχέσεων έγκειτο στο ότι περιλάμβαναν τους τέσσερις πρώτους φυσικούς αριθμούς (1, 2, 3, 4), το άθροισμα των οποίων ισούται με το 10, τον ιερό αριθμό των Δελφών (Τετρακτύς).

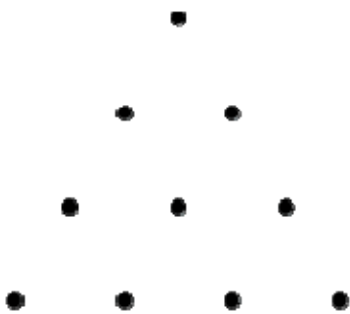
Σε αυτή την αντίληψη για τις ιδιότητες των αριθμών, οι οποίοι εκφράζουν επιστημονικούς όρους της πραγματικότητας και αναπαριστούν συμβολικά τη θεία τάξη, έχει τις ρίζες της όλη η ανάπτυξη των πυθαγόρειων μαθηματικών, τα οποία ήταν ταυτόχρονα και επιστήμη και αριθμητικός μυστικισμός. Όταν είχαν σχέση με το δεύτερο, οι αριθμοί άρχισαν να εκλαμβάνονται ως σύμβολα της ζωής, των αρετών και των αξιών – π.χ., το 4, δηλαδή το δύο στο τετράγωνο, ήταν το σύμβολο της δικαιοσύνης (πυθαγόρεια αριθμολογία).

Είναι φανερό ότι ο Πυθαγόρας ήταν ο πρώτος που εισήγαγε στην Ελλάδα αυτές τις αντιλήψεις.

Τα ιδιαίτερα διαφέροντα του Πυθαγόρα ήταν πρώτα και κύρια τα μαθηματικά. Μπορούμε να θεωρήσουμε βέβαιο πως αυτό δεν σημαίνει απλώς ότι έτρεφε δεισιδαιμονίες περί τους αριθμούς, αλλά ότι έκανε πραγματικές και σημαντικές προόδους στα μαθηματικά. Οι ανακαλύψεις που έκανε ήταν ολοκληρωτικά και εκπληκτικά καινούριες.

Η πιο εκπληκτική του ανακάλυψη, και αυτή που λένε ότι άσκησε την ευρύτερη επίδραση πάνω στη σκέψη του και ότι υπήρξε το θεμέλιο της μαθηματικής του φιλοσοφίας, αφορούσε το πεδίο της μουσικής. Ανακάλυψε ότι αυτά τα διαστήματα της μουσικής κλίμακας που ακόμη και τώρα ονομάζονται τέλειες αρμονίες μπορούν να διατυπωθούν αριθμητικά ως αναλογίες μεταξύ των αριθμών 1,2,3 και 4. Οι αριθμοί αυτοί προστιθέμενοι μας δίνουν το 10, αριθμό που, σύμφωνα με τον περίεργο πυθαγόρειο συνδυασμό μαθηματικών και μυστικισμού, ονομαζόταν τέλειος αριθμός.

Γραφικά παριστανόταν με το σχήμα το καλούμενο "τετρακτύς", δηλαδή το παρακάτω



σχήμα:

Η **Τετρακτύς** αποτελούσε την ουσία της διδασκαλίας των Πυθαγορείων. Είναι το άθροισμα των πρώτων τεσσάρων φυσικών αριθμών ( $1+2+3+4=10$ ) που συνδέονται μεταξύ τους με διάφορες σχέσεις. Από αυτούς τους τέσσερις αριθμούς, είναι δυνατόν να κατασκευασθούν οι αναλογίες της τέταρτης, της πέμπτης και της ογδής αρμονικής. Οι αναλογίες αυτές δημιουργούν την Αρμονία που για τους Πυθαγόρειους είχε σημασία κυριολεκτικά κοσμική. Οι Πυθαγόρειοι χρησιμοποιούσαν την Τετρακτύν για να ορκισθούν, επικαλούμενοι τον Πυθαγόρα σαν κάποιο θεό.



## Το Πυθαγόρειο Θεώρημα στα κινεζικά μαθηματικά

Υπάρχουν επιστήμονες που υποστηρίζουν ότι πριν από τον Πυθαγόρα και τους Πυθαγορείους, το γνώριζαν κι άλλοι λαοί, όπως οι Κινέζοι.

Υποστηρίζεται ότι η σχέση μεταξύ των πλευρών ορθογωνίου τριγώνου, με πλευρές 3, 4, 5, ήταν γνωστή στον Σανγκ Γκάο, ήδη από τον 12ο αι. π.Χ., ίσως και πιο πριν. Για να στηρίξουν την άποψη αυτή επικαλούνται σχετικές αναφορές την «Μαθηματική πραγματεία για τον γνώμονα», στο αρχαιότερο κείμενο που σώζεται στην ιστορία των Κινέζικων μαθηματικών.

Στο τέλος του έργου αυτού αναφέρεται επίσης ότι «οι επιφάνειες των δύο τετραγώνων που κατασκευάζονται στις δύο καθέτους έχουν άθροισμα εικοσιπέντε, το οποίο είναι η επιφάνεια του τετραγώνου που κατασκευάζεται στην υποτείνουσα του τριγώνου».

Αυτές όμως οι αναφορές στο θεώρημα δεν περιέχουν αποδείξεις του και ίσως είναι αλήθεια ότι ο Πυθαγόρας ή κάποιο μέλος της διάσημης αδελφότητας του ήταν ο πρώτος που έδωσε μια λογική απόδειξη στο θεώρημα.

Βέβαια υπάρχουν και άλλοι επιστήμονες, που αναφέρουν ότι όλοι αυτοί που ισχυρίζονται ότι οι αρχαίοι Κινέζοι γνώριζαν το Πυθαγόρειο Θεώρημα έχουν αποκλειστικές πηγές, το περιεχόμενο δύο κινέζικων έργων, του «Chou-Pei» και του «Chiu-Chang Suan-Shu», έργα τα οποία έχουν όμως γραφεί πολλούς αιώνες μετά την εποχή του Πυθαγόρα

### Πηγές:

<http://www.math.uoc.gr/~jplatis/pythagoras.pdf>

[http://grmath4.phpnet.us/istoria/arthra/ell\\_apod\\_pyth\\_theor\\_m.htm](http://grmath4.phpnet.us/istoria/arthra/ell_apod_pyth_theor_m.htm)