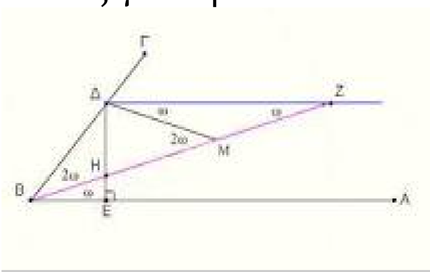
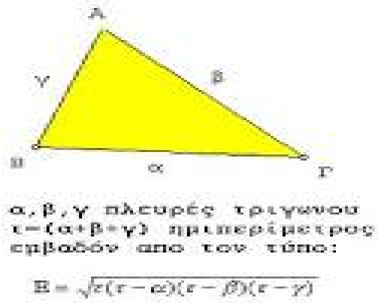
PROJECT
ΑΛΕΞΑΝΔΡΙΝΟΙ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΟΙ

Οι αλεξανδρινοί μαθηματικοί εργάστηκαν ιδιαίτερα πάνω στη γεωμετρία αλλά γνωρίζουμε πως έγιναν συγκεκριμένες έρευνες πάνω στην θεωρία των αριθμών. Όπως για παράδειγμα οι πρώτοι αριθμοί. Οι αλεξανδρινοί μαθηματικοί ήταν πολλοί (Ευκλείδης, Πάππος, Διόφαντος, Νικομήδης κ.α.).Κάποιοι από αυτούς ανακάληψαν λύσεις για την



τριχοτόμηση.
Ο Νικομήδης ανακάλυψε την πρώτη λύση και τον διπλασιασμό του κύβου. Ο Ήρωνας ανακάλυψε ένα τύπο εμβαδόν τριγώνου



από τον οποίο μπορούμε να υπολογήσουμε:1)την έκταση,2)την ακτίνα,3)τα ύψη του τριγώνου. Συνέγραψε έναν αριθμό έργων περί εμβαδών και όγκων, το πιο γνωστό από τα οποία φέρει τον τίτλο Μετρικά: το πρώτο βιβλίο της πραγματείας αυτής πραγματεύεται τον υπολογισμό εμβαδών, το δεύτερο βιβλίο τον υπολογισμό όγκων, το τρίτο βιβλίο τη διαίρεση εμβαδών και όγκων σε δοθείσα αναλογία

Η Υπατία αναδείχθηκε σε καθηγήτρια της Πλατωνικής φιλοσοφίας στην Αλεξάνδρεια. Επιζητούνταν οι συμβουλές της όχι μόνο σε θέματα που άπτονται των γραμμάτων, αλλά και για πρακτικές υποθέσεις. Ένας από τους φίλους της ήταν ο ρωμαίος έπαρχος Ορέστης, δεδηλωμένος εχθρός του επισκόπου Κυρίλλου. Στην χριστιανική κοινότητα κατηγορήθηκε ότι εξώθησε τον Ορέστη εναντίον του Κυρίλλου. Με την Υπατία τα αλεξανδρινά μαθηματικά έφτασαν στο τέλος τους.

Το σημαντικότερο έργο του Διόφαντου είναι τα αριθμητικά,τα οποία είναι αφιερωμένα στον τιμιώτατο Διονύσιο.Τα αριθμητικά περιέχουν 189 προβλήματα με τις λύσεις τους.[71] Σχεδόν όλα τα προβλήματα του πρώτου βιβλίου ανάγονται σε ορισμένες εξισώσεις.
συνέγραψε έναν αριθμό έργων περί εμβαδών και όγκων, το πιο γνωστό από τα οποία φέρει τον τίτλο Μετρικά: το πρώτο βιβλίο της πραγματείας αυτής πραγματεύεται τον υπολογισμό εμβαδών, το δεύτερο βιβλίο τον υπολογισμό όγκων, το τρίτο βιβλίο τη διαίρεση εμβαδών και όγκων σε δοθείσα αναλογία.

Το κύριο έργο του Πάππου είναι η μαθηματική συναγωγή σε αυτό το έργο έχει συλλέξει έργα από προγενέστερους μαθηματικούς: επίπεδες καμπύλες ανώτερου βαθμού, για τον τετραγωνισμό του κύκλου, τον διπλασιασμό του κύβου, την τριχοτόμηση της γωνίας, τη μέθοδο της ανάλυσης κ.α.

Στον Πάππο οι 10 μεσότητες ορίζονται ως εξής:

1) Α-Β = Β-Γ ή Α+Γ =ΖΒ : αριθμητικό μέσο

2) Α:Β = Β:Γ ή ΑΓ = $Β^2$: γεωμετρικός μέσος

3) (Α-Β) : (Β-Γ) = Α:Γ : αρμονική μέσος

4) (Α-Β) : (Β-Γ) = Γ:Α : υπεναντία της αρμονικής μέσος

5) (Α-Β) : (Β-Γ) = Γ:Α : πέμπτη μέσος

6) (Α-Β) : (Β-Γ) = Β:Α : έκτη μέσος

7) (Α-Γ) : (Α-Β) = Β:Γ ή Α=Β+Γ : έβδομη μέσος

8) (Α-Γ) : (Α-Β) = Α:Β : όγδοη μέσος

9) (Α-Γ) : (Α-Β) = Α:Γ : ένατη μέσος

10) (Α-Γ) : (Β-Γ) = Β:Γ : δέκτη μέσος

Οι τρεις πρώτες από αυτές είναι αρχαίες Πυθαγόρειες, οι επόμενες τρεις ανακαλύφθηκαν από τον Εύδοξο, οι τέσσερις τελευταίες από «μεταγενέστερους» συγγραφείς.

Πρόταση 17. Έστω ότι Α,Β και Γ είναι τρεις ανάλογοι και θέτουμε

Δ= Α+ 2Β + Γ

Ε= Β+Γ

Ζ= Γ

Οι Δ,Ε,Ζ είναι και πάλι τρείς ανάλογοι όροι.

Αρχίζοντας από την αναλογία με τους όρους (1,1,1) βρίσκουμε διαδοχικά με εφαρμογή της πρότασης 17.

1 2 4,
παραδείγματα της ομάδας μας:

$A=1, B=4, Γ=16$
$Δ=1 + 8 + 16 = 25$
$E = 4 +16 = 20$
$Z = 16$
$Δ = 25 \cdot$ ▯ $= 20, Z = 25 \cdot \frac{4}{5} = 16$

$A =1, B = 3, Γ = 9$
$Δ = 1 + 6 + 9 = 16$
$E = 3 + 9 = 12$
$Z = 9$
$Δ = 16 \cdot \frac{3}{4} = 12, Z = 16 \cdot \frac{3}{4} = 9$

$A = 1, B = 5, Γ = 25$
$Δ = 1 + 10 + 25 = 36$
$E = 5 + 25 = 30$
$Z = 25$
$Δ = 36 \cdot \frac{5}{6} = 30, Z = 30 \cdot \frac{5}{6} = 25$

$A = 2, B = 4, Γ = 8$
$Δ = 2 + 8 + 8 = 18$
$E = 4 + 8 = 12$
$Z = 8$
$Δ = 18 \cdot \frac{2}{3} = 12, Z = 18 \cdot \frac{2}{3} = 8$

Εξάλλου ο Πάππος ασχολήθηκε με την κατασκευή δύο μέσων αναλόγων που είναι η εξής: Συμπληρώνουμε το παραλληλόγραμμο ΑΒΓΔ. Διχοτομούμε την ΑΒ στο Λ και την ΒΓ στο Ε. Προεκτείνουμε την ΔΛ μέχρι να τμήσει τη προέκταση της ΓΒ. (Έτσι το έχει ο Πάππος η κατασκευή θα ήταν πολύ απλούστερη αν παίρναμε ΒΗ=ΒΓ και μετά θα φέρναμε τη ΔΗ η οποία τότε θα διχοτομεί την ΑΒ). Φέρνουμε την ΕΖ κάθετη στη ΒΓ και ορίζουμε το Ζ έτσι ώστε να είναι ΓΖ=ΑΛ. (Και πάλι ποιο απλά ορίζουμε το Ζ έτσι ώστε οι ΒΖ και ΓΖ να είναι και οι δύο ίσες με ΒΛ). Φέρνουμε με το ΓΘ//ΗΖ. Κατόπιν φέρνουμε μία ευθεία ΖΘΚ από το Ζ προς την προέκταση της ΒΓ με τέτοιο τρόπο ώστε το τμήμα ΘΚ να είναι ίσο με ΑΛ ή με ΓΖ. Αυτή η «κατασκευή νεύσεως» μπορεί να εκτελεστεί με την τομή της ευθείας ΓΚ με μία κοχλοειδή η οποία έχει «πόλο» το Ζ «κανόνα» το ΓΘ και «διάστημα» το ΓΖ.

ΜΕΤΡΙΣΗ ΜΙΑΣ ΜΟΙΡΑΣ

Μια παλαιότερη εκτίμηση από τον Αρχιμήδη άρχιζε ότι η απόσταση από τη Λυσιμάχεια στον Ελλήσποντο έως τη Συήνη της Αιγύπτου είναι 20.000 στάδια. Αλλά η γραμμή πάνω από στεριά και θάλασσα που περνούσε, ήταν αδύνατο να επαληθεύσει κανείς την απόσταση. Γι'αυτό το λόγο ο Ερατοσθένης προτίμησε να πάρει μία μικρότερη απόσταση η οποία μπορούσε να μετρηθεί ακριβώς, συγκεκριμένα από την Αλεξάνδρεια έως τη Συήνη, η οποία βρισκόταν πρακτικά κατ' ευθείαν βόρεια της Αλεξάνδρειας. Βασιζόμενος, πιθανώς, στη εγκυρότητα επαγγελματιών «βηματιστών», έλαβε την απόσταση από τη Συήνη έως την Αλεξάνδρεια ίση προς 5.000 στάδια. Κατόπιν βρήκε ότι κατά το θερινό ηλιοστάσιο στη Συήνη ο ήλιος βρίσκετε ακριβώς στο ζενίθ, ενώ στην Αλεξάνδρεια απέχη από το ζενίθ κατά μία γωνία ίση προς το 1/50 των τεσσάρων ορθών. Καθώς δεν γνωρίζουμε το ακριβές μήκος του ενός σταδίου δεν μπορούμε να πούμε τίποτα περισσότερο από το ότι η τάξη μεγέθους είναι πάνω-κάτω σωστή. Γεωμετρική μέσο και αναλογίες.Μια άλλη αριθμητική

θεωρία που πρέπει να αποδοθεί στον Ερατοσθένη είναι η παραγωγή όλων των ειδών των γεωμετρικών μέσων και όλων των αναλογιών από την ισότητα, όπως μας εξηγούν ο Νικόμαχος, ο Θέων ο Σμυρναίος και ο Πάππος.
Τα λόγια που αποδίδονται στον Πλάτωνα δεν εμφανίζονται στους διαλόγους και σχεδόν τα ίδια λόγια ο Θέων τα αποδίδει στον Ερατοσθένη. Η εξήγηση είναι πολύ απλή : Δεν είναι ο Πλάτων ο συγγραφέας που μιλάει εδώ, αλλά ο Πλάτων του διαλόγου Πλατωνικός του Ερατοσθένη. Κατά τον ίδιο τρόπο ο Αριστοτέλης λέει καμία φορά : «ο Σωκράτης λέει στην Πολιτεία…» και άλλοτε «ο Πλάτων λέει στην Πολιτεία». Φυσικά η αναφορά είναι πάντοτε στο πρόσωπο Σωκράτης που εμφανίζεται στον διάλογο του Πλάτωνος Πολιτεία.

Στον Θέωνα ο Ερατοσθένης συζητά διεξοδικά τα στοιχεία από τα οποία μπορούν να αναπτυχθούν διάφορα είδη οντοτήτων :αριθμοί από την μονάδα, μεγέθη από το σημείο, λόγοι από την ισότητα.

Αλλά ποιο είναι το νόημα της φράσης «ο γεωμετρικός μέσος ανάλογος παράγει τον εαυτό του και επίσης, τους άλλους γεωμετρικούς μέσους.

ΑΠΟΛΛΩΝΙΟΣ ΑΣΤΡΟΝΟΜΙΑ

Η θεωρία των επίκυκλων και των έκκεντρων κύκλων.

Ο Πτολεμαίος αναφέρει ότι ο Απολλώνιος απέδειξε δύο σημαντικές προτάσεις διά των οποίων μπορούμε να προσδιορίσουμε τα σημεία της πλανητικής τροχιάς, στα οποία η ορθή κίνηση, όπως φαίνεται από τη γη, μετατρέπεται σε ανάδρομη και αντιστρόφως. Η πρώτη από αυτές τις προτάσεις αφορά την περίπτωση της υπόθεσης της κίνησης σε επίκυκλο είναι η εξής:

Εάν από το μάτι μας αχθεί μια ευθεία ΖΗΒ, η οποία τέμνει τον επίκυκλο με τρόπο ώστε το μιο του ευθυγράμμου τμήματος ΒΗ, που είναι εσωτερικό στον επίκυκλο, να έχει προς το τμήμα ΖΗ, από το μάτι έως το πλησιέστερο σημείο τομής, τον ίδιο λόγο όπως η γωνιακή ταχύτητα του επίκυκλου προς την γωνιακή ταχύτητα του πλανήτη επάνω στον επίκυκλο, τότε το σημείο Η βρίσκεται ακριβώς στο σύνορο μεταξύ της ορθής και της ανάδρομης κίνησης, δηλ. όταν φθάνει στο Η ο πλανήτης θα φαίνεται σαν να στέκεται ακίνητος. Εδώ υποτίθεται ότι οι δύο κινήσεις, τόσο αυτή του επικύκλου όσο και εκείνη του πλανήτη επάνω στον επίκυκλο έχουν την ίδια φορά περιστροφής.

Η δεύτερη πρόταση, η οποία είναι ανάλογη της πρώτης, αφορά την περίπτωση της υπόθεσης της έκκεντρης κίνησης.

Οι κωνικές τομές προ του Απολλωνίου

Ο Μέναιχμος γνώριζε ήδη την παραβολή και την ισοσκελή υπερβολή, πράγματι χρησιμοποίησε την τομή τους για τον διπλασιασμό του κύβου. Γύρω στο 300π.Χ. η θεωρία των κωνικών τομών είχε αναπτυχθεί αρκετά ώστε να έχει τη δυνατότητα ο Ευκλείδης να γράψει ένα εγχειρίδιο σε αυτό το θέμα. Αυτά τα κωνικά στοιχεία έχουν απωλεσθεί, μπορούμε όμως να πάρουμε μια ιδέα από το περιεχόμενο τους επειδή ο Αρχιμήδης παραθέτει συχνά προτάσεις από το έργο αυτό. Ο αναγνώστης που ενδιαφέρεται για περισσότερες λεπτομέρειες, μπορεί να ανατρέξει στο έργο του.

ΥΠΑΤΙΑ

Η Υπατία αναδείχθηκε σε καθηγήτρια της Πλατωνικής φιλοσοφίας στην Αλεξάνδρεια. Επιζητούνταν οι συμβουλές της όχι μόνο σε θέματα που άπτονται των γραμμάτων, αλλά και για πρακτικές υποθέσεις. Ένας από τους φίλους της ήταν ο ρωμαίος έπαρχος Ορέστης, δεδηλωμένος εχθρός του επισκόπου Κυρίλλου. Στην χριστιανική κοινότητα κατηγορήθηκε ότι εξώθησε τον Ορέστη εναντίον του Κυρίλλου. Με την Υπατία τα αλεξανδρινά μαθηματικά έφτασαν στο τέλος τους.

Το σημαντικότερο έργο του Διόφαντου είναι τα αριθμητικά,τα οποία είναι αφιερωμένα στον τιμιώτατο Διονύσιο.Τα αριθμητικά περιέχουν 189 προβλήματα με τις λύσεις τους.[71] Σχεδόν όλα τα προβλήματα του πρώτου βιβλίου ανάγονται σε ορισμένες εξισώσεις.
συνέγραψε έναν αριθμό έργων περί εμβαδών και όγκων, το πιο γνωστό από τα οποία φέρει τον τίτλο Μετρικά: το πρώτο βιβλίο της πραγματείας αυτής πραγματεύεται τον υπολογισμό εμβαδών, το δεύτερο βιβλίο τον υπολογισμό όγκων, το τρίτο βιβλίο τη διαίρεση εμβαδών και όγκων σε δοθείσα αναλογία.

ΕΥΚΛΕΙΔΗΣ

Ο Ευκλείδης διακρίνεται και στην διατριβή του στην γεωμετρία και για αυτούς τους λόγους θεωρείται ο μεγαλύτερος μαθηματικός. Συγκέντρωσε τις εργασίες όλων των προηγουμένων του. Τις οργάνωσε, έφτιαξε τα πέντε αξιώματα του Ευκλείδη και θεμελίωσε την επιστήμη της γεωμετρίας με το έργο του Στοιχεία. Είναι ένα μνημειώδες έργο με διδακτικό προσανατολισμό και η συμβολή του Ευκλείδη έγκειται, πέραν της τελειοποίησης κάποιων αποδείξεων, στη μεθοδική, άρτια οργάνωση και παρουσίαση του βιβλίου. Το έργο χαρακτηρίζεται από υψηλό βαθμό μεθοδικότητας χαράζοντας τρόπο συγγραφής και παράθεσης επιστημονικών γνώσεων και είναι χαρακτηριστικό ότι, μετά το βιβλίο είναι το έργο με τις περισσότερες εκδόσεις. Τα στοιχεία είναι γραμμένα με αξιωματική-παραγωγική μορφή, δηλαδή όλες οι προτάσεις που περιέχει το βιβλίο μπορούν να προκύψουν με παραγωγικό συλλογισμό από κάποιες λιγοστές πρώτες αρχές, οι οποίες κατηγοριοποιούνται στους ορισμούς, τα αιτήματα και τα αξιώματα.

Αιτήματα του Ευκλείδη

α) Από οποιοδήποτε σημείο σε οποιοδήποτε σημείο άγεται ευθεία γραμμή.
β) Πεπερασμένη ευθεία προεκτείνεται σε ευθεία κατά συνεχή τρόπο.
γ) Με οποιοδήποτε κέντρο και διαστήματα γράφεται κύκλος.
δ) Όλες οι ορθές γωνίες είναι ίσες μεταξύ τους.
ε) Αν ευθεία τέμνουσα δύο ευθείες σχηματίζει δύο εντός και επί τα αυτά μέρη γωνίες, μικρότερες των δύο ορθών, τότε προεκτεινόμενες οι δύο ευθείες συναντώνται προς εκείνο το μέρος τους, όπου βρίσκονται οι μικρότερες των δύο ορθών γωνίες.

Η ΠΑΡΑΚΜΗ
ΤΩΝ ΕΛΛΗΝΙΚΩΝ
ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΩΝ

Μετά τον Απολλώνιο, τα ελληνικά μαθηματικά διακόπηκαν απότομα. Είναι αλήθεια ότι υπήρξαν κάποιοι επίγονοι όπως ο Διοκλής και Ζηνόδωρος , οι οποίοι πότε-πότε έλυναν κάπια δευτερεύον πρόβλημα απομεινάρια που είχαν αφήσει για αυτό θα ο Αρχιμήδης και ο Απολλώνιος. Είναι αλήθεια επίσης ότι συντάσσονταν επιτομές, όπως του Πάππου του Αλεξανδρινού(300 μ.Χ.), και ότι εφαρμογή της γεωμετρίας σε πρακτικά και αστρονομικά προβλήματα οδήγησε στην ανάπτυξης της επίπεδης και της σφαιρικής τριγωνομετρίας. Εκτός όμως από την τριγωνομετρία, τίποτα το σημαντικό, τίποτα το νέο δεν εμφανίστηκε. Η γεωμετρία των κωνικών τομών παρέμεινε μέχρι τον Descartes στη μορφή που είχε λάβει από τον Απολλώνιο. Τα έργα του Απολλώνιου λίγο διαβάζονταν και μάλιστα εν μέρει ήταν χαμένα. Η Μέθοδος του Αρχιμήδη είχε χαθεί και το πρόβλημα της ολοκλήρωσης, παρέμενε ως ήταν, μέχρι ότου καταπιαστούν εκνέου με αυτό, τον 17ο αιώνα, ιδίως στην Αγγλία. Κάπια σπέρματα προβολικής γεωμετρίας έκαναν την εμφάνισή τους, απέμεινε όμως στον Desargues και στον Pascal να τα κάνουν να καρποφορήσουν. Οι ανώτερες επίπεδες καμπύλες μελετήθηκαν μόνο σποραδικά. Τα αλγεβρικά μέσα για μια συστηματική διερεύνηση έλειπαν. Η γεωμετρική άλγεβρα και η θεωρία αναλογιών κληροδοτήθηκαν στους νεότερους χρόνους ως αδρανείς παραδώσεις, το εσωτερικό νόημα των όποιων δεν κατανοούνταν πλέων. Οι Άραβες ξεκίνησαν την άλγεβρα από την αρχή , από μια σκοπιά πολύ πιο αρχέγονη. Η θεωρία των αρρήτων ερμηνευτικέ από σχολιαστές, δεν κατανοήθηκε όμως αληθινά. Με δύο λόγια ελληνική γεωμετρία είχε περιέλθει σε αδιέξοδο.

Ο Ίππαρχος (150 π.Χ .) συνεχισε το εργο του απολωνιου χρησιμοποιωντας επιπλέων βαβυλωνιακές παρατηρήσεις. Ο Πτολεμαίος, γύρω στο 150 π.Χ ., συνεχισε το εργο του Ιππάρχου και έφερε τη θεωρητική αστρονομία σε ένα αληθινά θαυμαστό σημείο ανάπτυξης .